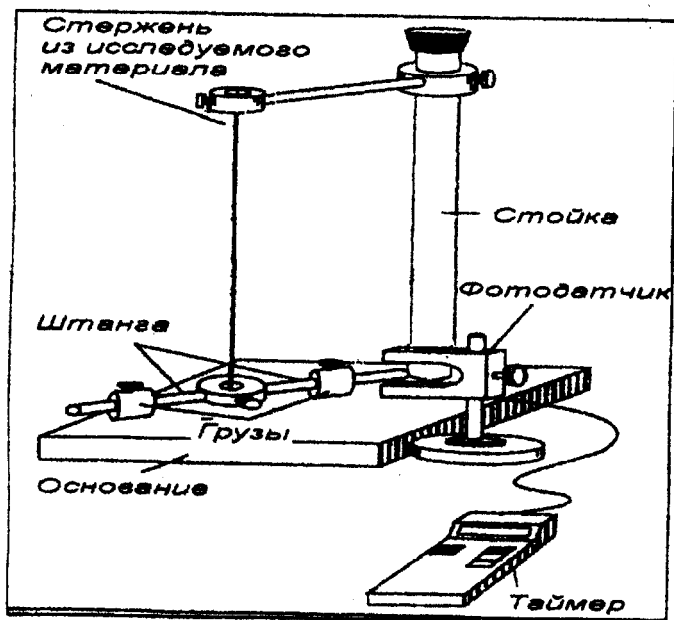




Лабораторный практикум
по ФИЗИКЕ

МЕХАНИКА
Задача № 9

ИЗУЧЕНИЕ ДЕФОРМАЦИИ КРУЧЕНИЯ



Москва - 2002

ИЗУЧЕНИЕ ДЕФОРМАЦИИ КРУЧЕНИЯ

Цель работы

Экспериментальное определение модуля кручения и модуля сдвига.

Идея эксперимента

В работе для определения модулей кручения и сдвига рассматривается деформация кручения тонкого длинного стержня под действием внешних сил. Определяются периоды малых колебаний маятника, в котором упругим элементом является стержень из исследуемого материала.

Теория

Деформация кручения не является элементарным видом деформации. В каждом малом объеме тела, подвергающегося деформации кручения происходит деформация сдвига. Для простой геометрии испытываемого тела легко получить связь между модулем кручения и модулем сдвига. В частности, для тела в виде длинного тонкого стержня она имеет вид [1]

$$f = \frac{G \cdot \pi \cdot R^4}{2L}, \quad (1)$$

где f — модуль кручения, G — модуль сдвига, R, L — радиус и длина стержня.

Метод определения модуля сдвига G , используемый в данной работе, основан на зависимости периода крутильных колебаний маятника, подвешенного на стержне из исследуемого материала, от его упругих свойств. Телом крутильного маятника служит горизонтальная штанга (рис. 1), закрепленная на упругом стержне, с надетыми на нее грузами (m). Изменяя расстояние от грузов до оси вращения, можно менять момент инерции, а вместе с этим и период колебаний маятника. Из зависимости периода колебаний маятника от его момента инерции определяется модуль сдвига, а затем и модуль кручения материала.

Если колеблющееся тело совершает вращательное движение, то к нему может быть применено основное уравнение вращательного движения

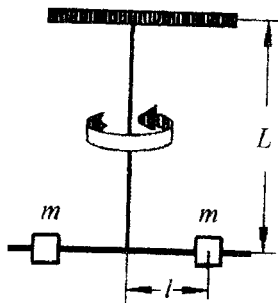


Рис. 1. Устройство маятника для исследования крутильных колебаний

$$J\varepsilon = M, \quad (2)$$

где J — момент инерции маятника. ε — угловое ускорение. M — момент внешних сил. в данном случае сил упругости.

Для малых угловых отклонений маятника от положения равновесия выполняется закон Гука, и можно записать

$$M = -f\varphi, \quad (3)$$

здесь φ — угол отклонения маятника от положения равновесия. f — модуль кручения. Появление знака "минус" в (3) связано с тем, что вращающий момент направлен всегда так, чтобы уменьшить угловое отклонение φ .

В этом случае основное уравнение вращательного движения примет вид

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -f\varphi \quad (4)$$

Уравнение (4) сводится к уравнению колебаний

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot \varphi = 0, \quad (5)$$

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{f}{J}}$ — циклическая частота.

Учитывая связь между циклической частотой ω_0 и периодом T

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T},$$

получаем для периода колебаний

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{f}}. \quad (6)$$

Модуль кручения f можно определить с помощью (6), исключив неизвестный момент инерции J . Для этого в работе определяются два периода колебаний маятника T_1 и T_2 , соответствующих двум различным значениям момента инерции, отличающихся на известную величину.

Исходя из (6) для двух моментов инерции маятника, имеем

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_1}{f}}, \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_2}{f}}$$

или

$$J_1 = \left(\frac{T_1}{2\pi}\right)^2 f, \quad J_2 = \left(\frac{T_2}{2\pi}\right)^2 f. \quad (7)$$

Момент инерции крутильного маятника можно представить как момент инерции грузов $2ml^2$ плюс момент инерции штанги J_0 , то есть для двух различных расположений грузов

$$J_1 = 2ml_1^2 + J_0, \quad J_2 = 2ml_2^2 + J_0, \quad (8)$$

где l_1, l_2 — расстояния грузов от оси вращения для первого и второго случая. Для того, чтобы исключить неизвестное J_0 , вычтем J_1 из J_2 :

$$J_2 - J_1 = 2m(l_2^2 - l_1^2).$$

Учитывая (7) получаем $f \cdot \left(\frac{T_2^2 - T_1^2}{4\pi^2} \right) = 2m(l_2^2 - l_1^2)$, откуда

$$f = \frac{8\pi^2 m(l_2^2 - l_1^2)}{T_2^2 - T_1^2}. \quad (9)$$

Используя связь между модулем кручения и модулем сдвига (1), получаем

$$G = \frac{16Lm\pi}{R^4(T_2^2 - T_1^2)} (l_2^2 - l_1^2). \quad (10)$$

В формулы (9), (10) входят параметры, которые могут быть определены экспериментально.

Экспериментальная установка

Общий вид экспериментальной установки показан на рис.2. К нижнему концу однородного *стержня* (провода) из исследуемого материала, подвешенного на *стойке* прикреплена металлическая штанга с *грузами* m . Верхний конец проволоки зажимается винтом в специальной оправе, благодаря чему он неподвижен. Поворотом штанги с грузами вокруг горизонтальной оси на небольшой угол возбуждают колебания в системе*). Для определения периода колебаний используется электронный *таймер* с *фотодатчиком*. В комплект установки входит набор проволок из различных материалов разной длины и толщины. Для удобства их крепления каждая проволока имеет наконечники для крепления штанги и закрепления в оправе стойки.

В процессе эксперимента могут быть определены модули кручения для различных стержней.

*) При закручивании стержня необходимо следить за тем, чтобы поворот штанги происходил строго в горизонтальной плоскости. В противном случае могут возникать колебания в плоскости, перпендикулярной основанию установки, которые увеличивают погрешность измерений.

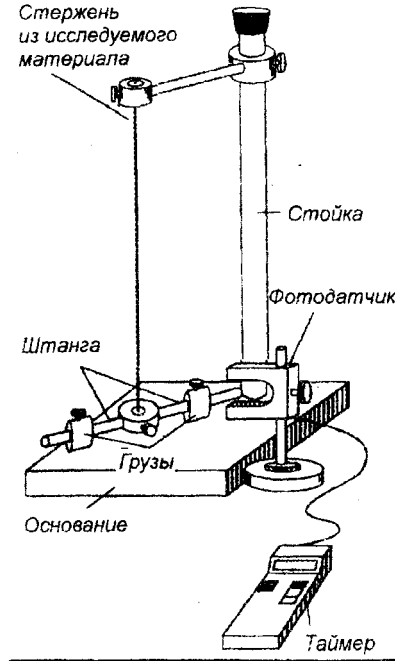


Рис. 2. Блок-схема экспериментальной установки

Проведение эксперимента

Упражнение 1. Определение зависимости модуля кручения от длины проволоки

В соответствии с соотношениями (6) для маятников, имеющих одинаковые моменты инерции, но разные модули кручения упругого подвеса будет выполняться соотношение

$$T_1^2 \cdot f_1 = T_2^2 \cdot f_2.$$

Учитывая (1) получаем

$$T_1^2 \cdot \frac{R_1^4}{L_1} = T_2^2 \cdot \frac{R_2^4}{L_2}. \quad (11)$$

Для подвесов, имеющих разную длину и одинаковый радиус

$$\frac{T_1^2}{L_1} = \frac{T_2^2}{L_2}. \quad (12)$$

Упражнение 2. Определение зависимости модуля кручения от толщины стержня

В соответствии с (11) для подвесов, сделанных из одинаковых материалов, имеющих различные радиусы, но одинаковые длины, выполняется соотношение

$$T_1 R_1^2 = T_2 R_2^2. \quad (13)$$

Проверке этого соотношения и посвящено данное упражнение.

Измерения

1. Определить радиусы исследуемых алюминиевых стержней в нескольких сечениях, данные занести в табл. 2.
2. Установить в устройство крепления алюминиевый подвес наименьшей толщины. Грузы на горизонтальном стержне, как и при выполнении упр. 1, установить в крайних положениях. Определить время t_n , $n = 10-15$ колебаний системы. Данные занести в табл. 2.
3. Провести измерения времени t_n , $n = 10-15$ колебаний для остальных алюминиевых подвесов, имеющих ту же самую длину, но различные диаметры проволоки. Данные занести в табл. 2.

Обработка результатов

1. Определить погрешности измерений радиусов стержней, данные занести в табл. 2.
2. Определить периоды колебаний $T = \frac{t_n}{n}$ системы с исследуемыми стержнями, имеющими различные диаметры.
3. Вычислить для каждого подвеса величину $B = TR^2$ и погрешность определения этой величины. Совпадение полученных значений для разных подвесов в пределах погрешностей измерений косвенно подтверждает соотношение (1).

Таблица 3

Материал	l	R	L	N	t_n	T	$\langle T \rangle$	S_T	f, S_f	G, S_G
Сталь										4,5 · 10 ⁵
Медь										3 · 10 ⁵
Алюминий										2,9 · 10 ⁵
Латунь										3,1 · 10 ⁵

Основные итоги работы

В процессе выполнения работы должна быть подтверждена зависимость (1) модуля кручения от длины и радиуса подвеса. Получены значения модулей кручения для различных подвесов и модули сдвига для стали, алюминия, меди и латуни.

Список литературы

1. Алешкевич В.А., Деденко Л.Г., Караваев В.А. Университетский курс общей физики. Механика сплошных сред. Лекция 1. М.: Физический ф-т МГУ, 1998.
2. Общий физический практикум. Механика /Под редакцией А.Н.Матвеева, Д.Ф.Киселева – М.: Изд-во МУ, 1991. Введ. к главе 11.
3. Стрелков С.П.. Механика – М.: Наука, 1975. Глава 10.