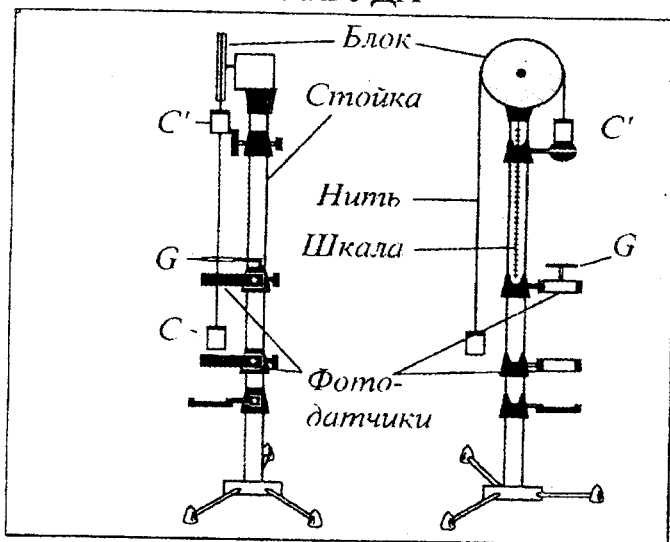




Лабораторный практикум
по ФИЗИКЕ

МЕХАНИКА
Задача № 101

ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ПРОСТЕЙШИХ
СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ МАШИНЫ
АТВУДА



Москва – 2002

ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ПРОСТЕЙШИХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ МАШИНЫ АТВУДА

Идея эксперимента

Изучение законов равноускоренного движения производится на основе анализа кинематических характеристик движения системы тел. Для проведения такого анализа используется машина Атвуда, с помощью которой можно получать различные, не слишком большие (по сравнению с ускорением свободного падения) ускорения.

Теоретическое введение

Экспериментальная установка, получившая название «машина Атвуда», представляет из себя вращающийся с максимально малым трением легкий блок, через который перекинута тонкая нить с грузами массой m_1 и m_2 (рис. 1). На каждый груз действуют две силы — сила тяжести и сила натяжения нити, под действием этих сил грузы и начинают свое движение. Меняя массы грузов, можно получать различные ускорения.

При дальнейшем анализе мы предполагаем, что нить невесома и нерастяжима, сопротивление в оси блока отсутствует, масса блока равна нулю, сопротивление воздуха отсутствует.

Выберем систему координат так, как показано на рис. 1. Уравнения движения каждого груза в этой системе координат имеют вид:

$$m_1 a_1 = m_1 g - T_1, \quad (1)$$

$$m_2 a_2 = m_2 g - T_2. \quad (2)$$

В связи с тем, что нить нерастяжима ($x_1 + x_2 = l = \text{const}$), ускорения обоих грузов равны по величине и противоположны по направлению, поэтому уравнение кинематической связи можно записать в виде

$$a_1 = -a_2 = a. \quad (3)$$

Из предположений, сделанных ранее, следует также, что натяжения нитей одинаковы, то есть

$$T_1 = T_2 = T. \quad (4)$$

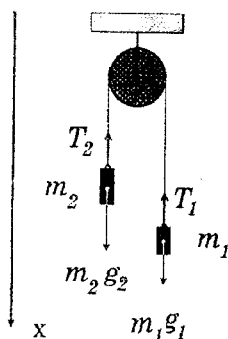


Рис. 1. Схема машины Атвуда

Пусть $m_2 = m$, $m_1 = m + \Delta m$, тогда, решая полученную систему уравнений, получаем значение ускорения

$$a = g \frac{\Delta m}{2m + \Delta m} \quad (5)$$

и величину силы натяжения нити

$$T = 2gm \frac{m + \Delta m}{2m + \Delta m}. \quad (6)$$

Ускорение тел системы всегда меньше ускорения свободного падения и меняется при изменении соотношения между массами обоих грузов.

Для выбранной системы тел можно учесть влияние массы блока и силы трения в его оси. Система уравнений в этом случае дополняется уравнением вращательного движения блока и уравнением кинематической связи между угловым ускорением блока и ускорением одного из грузов. Очевидно, что силы натяжения нитей слева и справа от блока будут отличаться. Окончательно система уравнений имеет вид

$$(m + \Delta m)a_1 = (m + \Delta m)g - T_1, \quad (7)$$

$$ma_2 = mg - T_2, \quad (8)$$

$$J\varepsilon = (T_1 - T_2)R - M_{\text{тр}}, \quad (9)$$

$$a_1 = -a_2 = a, \quad (10)$$

$$a = \varepsilon R, \quad (11)$$

где $J = \alpha m_0 R^2$ — момент инерции блока, m_0 и R — его масса и радиус, α — коэффициент, зависящий от распределения массы (от формы блока), ε — угловое ускорение блока, $M_{\text{тр}}$ — момент сил трения в оси.

Решая систему уравнений (7)–(11), получаем значение ускорения

$$a = \frac{\Delta mg - M_{\text{тр}} / R}{\alpha m_0 + 2m + \Delta m}. \quad (12)$$

Очевидно, что ненулевые значения силы трения в оси и массы блока уменьшают величину ускорения по сравнению с идеальным случаем.

Экспериментальная установка

Машина Атвуда состоит из прикрепленной к основанию вертикальной стойки, на которую нанесена шкала (рис. 2). На верхнем конце стойки имеется легкий блок, способный вращаться с малым трением. Через блок перекинута легкая нить, к концам которой прикреплены два одинаковых груза C и C' . На груз C' можно помещать добавочные грузы в виде тонких пластин (перегрузки), в результате этого система грузов начинает двигаться с некоторым ускорением. Меняя массу перегрузка, можно менять ускорение системы. После того, как груз C' с перегрузком проходит некоторое расстояние L_1 , перегрузок снимается с помощью кронштейна G . После этого грузы начинают двигаться равномерно. На стойке укреплены два фотоэлектрических датчика, соединенные с таймером. При этом верхний фотодатчик соединен с кронштейном G . Фотодатчики могут крепиться на стойке в разных положениях. Система грузов удерживается в состоянии покоя специальной фрикционной муфтой, управляемой с помощью электромагнита.

Для измерения времени равномерного движения и управления фрикционной муфтой установка снабжена электронным блоком, в состав которого входят таймер и система управления электромагнитом. При нажатии на клавишу "сброс" происходит обнуление табло таймера. В исходном состоянии система заторможена посредством фрикционной муфты. При нажатии на клавишу "пуск" происходит освобождение системы. Во время прохождения телом C' верхнего фотодатчика запускается таймер. Импульс от нижнего фотоэлектрического датчика останавливает работу таймера, результат высвечивается на табло. При этом снова замыкается цепь электромагнита и система затормаживается фрикционной муфтой.

Перед выполнением эксперимента следует убедиться, что груз C' может свободно опускаться, не касаясь кронштейна G и фотодатчиков. В противном случае при помощи винтов, крепящих кронштейн и фотодатчики, следует провести необходимые регулировки.

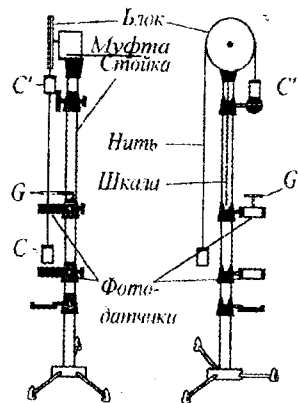


Рис. 2. Схема экспериментальной установки

Проведение эксперимента

Упражнение 1. Анализ закона движения и определение ускорения

Исходя из анализа движения системы тел, проведенного в теоретическом введении, можно предположить, что реальное движение тел на участке L_1 будет равнопеременным. В этом случае закон движения, т.е. зависимость координаты тела от времени, будет иметь вид $x = x_0 + \frac{at^2}{2}$, где x_0 — координата, от которой груз C' начинает свое движение. Учитывая, что при равнопеременном движении скорость меняется по закону $v = at$, получаем:

$$L_1 = x_1 - x_0 = \frac{v_1^2}{2a} \quad (13)$$

где v_1 — скорость груза C' в момент снятия перегрузки и включения таймера, x_1 — координата верхнего фотодатчика. Если в системе отсутствуют силы трения, то с этой же скоростью тело C' будет проходить расстояние между фотодатчиками после снятия с него перегрузки, т.е.

$$v_1 = \frac{L_2}{t_2} \quad (14)$$

где $L_2 = x_2 - x_1$ — расстояние между двумя фотодатчиками (x_2 — координата нижнего фотодатчика), t_2 — время движения на этом участке пути.

Измерения

1. Устанавливают груз C' в верхнем положении (x_0) и кладут на него один из перегрузков. Затем устанавливают верхний фотодатчик с закрепленным на нем кронштейном на отметке x_1 так, чтобы расстояние между датчиками L_2 составляло 15–20 см. В дальнейшем величина L_2 не изменяется.

2. Систему тел приводят в движение и определяют время пролета t_2 груза C' между фотодатчиками. Результаты измерений заносят в табл. 1.

Таблица 1

n	L_1	t_2	v_1	v_1^2
1				
2				
3				
4				

1. Изменяют координаты начального положения x_0 груза C' . Для нового значения L_1 проводят измерения в соответствии с п.2.

Обработка результатов

1. Для каждого значения L_1 определить значение скорости $v_1 = L_2/t_2$ и квадрата скорости v_1^2 . Результаты вычислений занести в табл. 1.

2. По результатам измерений построить зависимость $v_1^2(L_1)$. Убеждаются, что эта зависимость близка к пропорциональной зависимости, т.е. движение груза C' на участке x_0-x_1 является равноускоренным и выполняется соотношение (13). С помощью метода наименьших квадратов определяют наклон прямой $v_1^2(L_1)$. По наклону прямой находят значение ускорения a и погрешность его определения. Сравнивают полученное значение с найденным по формуле (5).

Упражнение 2. Проверка второго закона Ньютона

Из уравнений движения (1), (2) при учете (3), (4) следует, что

$$\frac{\Delta m}{2m} = \frac{a}{g-a}. \quad (15)$$

В процессе выполнения упражнения проводится экспериментальное подтверждение этого соотношения, что свидетельствует о выполнимости второго закона Ньютона.

Для экспериментального определения ускорения a можно воспользоваться соотношениями (13) и (14), из них следует, что

$$a = \frac{v_1^2}{2L_1} = \frac{L_2^2}{2t_2^2 L_1}. \quad (16)$$

Измерения

1. Установите верхний фотодатчик в среднем положении (по шкале, нанесенной на стойку). Нижний датчик установите так, чтобы расстояние L_2 составляло 15–20 сантиметров.

2. Поместите на груз C' один из перегрузков, имеющихся в вашем распоряжении.

3. Определите 3–5 раз время t_2 прохождения промежутка L_2 . Результаты измерений занесите в табл. 2.

Таблица 2

Δm	n	t_2	$\langle t_2 \rangle$	S_{t_2}	a	S_a	A	S_A	B	S_B
$\Delta m_1 =$	1									
	2									
	3									
$\Delta m_2 =$	1									
	2									
	3									
$\Delta m_3 =$	1									
	2									
	3									

4. Проведите аналогичные измерения, положив на груз C' два, а затем три перегрузка. Результаты измерений также внесите в табл. 2.

Обработка результатов

1. По экспериментальным данным для каждой из трех величин перегрузков определить среднее значение времени пролета $\langle t_2 \rangle$ с использованием формулы

$$\langle t_2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N t_{2,n}$$

где N — число измерений.

2. Вычислить выборочное стандартное отклонение среднего арифметического значения $\langle t_2 \rangle$

$$S_{t_2} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{n=1}^N (t_{2,n} - \langle t_2 \rangle)^2}$$

Результаты вычислений внести в табл. 2.

3. Используя (16) для каждого Δm вычислить значение ускорения a :

$$a = \frac{L_2^2}{2 \langle t_2 \rangle^2 L_1}$$

и стандартное отклонение этой величины S_a

$$S_a = \sqrt{\left(\frac{\partial a}{\partial L_2} S_{L_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial L_1} S_{L_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial t_2} S_{t_2} \right)^2}$$

Результаты вычислений внести в табл. 2.

4. Вычислить значения левой ($A = (\Delta m / 2) m$) и правой ($B = a / (g - a_1)$) частей в соотношении (15) для каждого рассмотренного экспериментального случая. Определить погрешности этих величин. Занести в табл. 2 найденные значения. Экспериментально определенные левая и правая части соотношения (15) для трех различных значений Δm должны быть равны с учетом погрешностей их определения. Таким образом проверяется справедливость второго закона Ньютона.

Упражнение 3. Оценка влияния силы трения и массы блока на точность результатов

(Выполняется по указанию преподавателя)

Ненулевое значение массы блока и наличие силы трения в его оси приводят к систематическим погрешностям при выполнении 1-го и 2-го упражнений. Предположим, что значения $M_{\text{тр}}$ и αm_0 в (12) невелики, тогда можно получить приближенное выражение для ускорения, разлагая в ряд (12) по малым параметрам $\xi = \frac{M_{\text{тр}} / R}{\Delta m g}$ и $\eta = \frac{\alpha m_0}{2m + \Delta m}$ и пренебрегая членами второго порядка малости:

$$a = \frac{\Delta m g - \frac{M_{\text{тр}}}{R}}{2m + \Delta m + \alpha m_0} = \frac{\Delta m g (1 - \xi)}{(2m + \Delta m)(1 + \eta)} \approx \frac{\Delta m g}{(2m + \Delta m)} (1 - \xi)(1 - \eta) \approx \frac{\Delta m g}{(2m + \Delta m)} (1 - \xi - \eta) \approx \frac{\Delta m g}{(2m + \Delta m)} - \frac{M_{\text{тр}}}{R(2m + \Delta m)} - g \frac{\alpha m_0 \Delta m}{(2m + \Delta m)^2}. \quad (17)$$

Первый член в разложении полностью совпадает с ускорением (5) для идеальной машины Атвуда, второй и третий также имеют размерность ускорения и определяют систематические погрешности, вносимые силой трения и массой блока

$$\Delta a_{\text{тр}} = \frac{M_{\text{тр}}}{R(2m + \Delta m)}, \quad (18)$$

$$\Delta a_{\text{гл}} = g \frac{\alpha m_0 \Delta m}{(2m + \Delta m)^2}. \quad (19)$$

В этом упражнении требуется на основе использования возможностей экспериментальной установки сделать следующее.

1. Выработать алгоритмы экспериментального определения величин $\Delta a_{\text{тр}}$ и $\Delta a_{\text{бл}}$. При решении этой задачи исходить из того, что в наличии имеются набор разновесов (монет, мелких предметов), штангенциркуль и известна плотность материала, из которого сделан блок ($\rho_{\text{Al}} = 2,69 \text{ г/см}^3$).

2. В соответствии с выбранными алгоритмами провести эксперимент и определить величину либо $\Delta a_{\text{тр}}$, либо $\Delta a_{\text{бл}}$ (по указанию преподавателя) и убедиться в ее малости по сравнению с a .

Основные итоги работы

На основании выполнения работы должно быть показано, что движение системы тел под действием постоянной силы является равноускоренным, показано выполнение 2-го закона Ньютона. Должны быть проанализированы систематические погрешности при проведении эксперимента (по указанию преподавателя).

Контрольные вопросы

1. Что такое инерциальные и неинерциальные системы отсчета? Сформулировать 1-й закон Ньютона.
2. Что такое масса, как ее измерить?
3. Что такое сила, как ее измерить?
4. Сформулировать 2-й закон Ньютона.
5. Сформулировать 3-й закон Ньютона.
6. Сформулировать условия, при которых получены основные соотношения задачи. Как эти условия влияют на вид решаемой системы уравнений.

Литература

Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. Механика. М.: Наука, 1989. Гл. II.