

## Пример билета, математический анализ, 2006-2007, семестр 1

1. Сформулируйте определение точки перегиба графика функции  $y = f(x)$ .
2. Сформулируйте "по Коши" отрицание к утверждению " $f(x) \rightarrow b$  при  $x \rightarrow a$ ".
3. Сформулируйте теорему о дифференцировании обратной функции. Найдите производную функции  $f(x) = e^x$ , используя формулу  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ .
4. Сформулируйте признак Даламбера сходимости числового ряда в "предельной форме".
5. Докажите, не пользуясь формулой Тейлора, что  $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$  при  $x \rightarrow 0$ .
6. Докажите, что если  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$  "по Гейне", то  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$  "по Коши".
7. Пусть  $f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0. \end{cases}$  Докажите, что  $\exists f'(x)$  при  $x \neq 0$ ,  $\exists f'(0)$ ,  
 $\nexists \lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ .