

Пример билета, математический анализ, 2006-2007, семестр 1

1. Сформулируйте определение точки перегиба графика функции $y = f(x)$.
2. Сформулируйте "по Коши" отрицание к утверждению " $f(x) \rightarrow b$ при $x \rightarrow a$ ".
3. Сформулируйте теорему о дифференцировании обратной функции. Найдите производную функции $f(x) = e^x$, используя формулу $(\ln x)' = \frac{1}{x}$.
4. Сформулируйте признак Даламбера сходимости числового ряда в "предельной форме".
5. Докажите, не пользуясь формулой Тейлора, что $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$ при $x \rightarrow 0$.
6. Докажите, что если $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ "по Гейне", то $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ "по Коши".
7. Пусть $f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x}, & \text{если } x \neq 0, \\ 0, & \text{если } x = 0. \end{cases}$ Докажите, что $\exists f'(x)$ при $x \neq 0$, $\exists f'(0)$, $\nexists \lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$.